

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
GINETOM SOUZA DINIZ**

**EFEITOS DE INTERAÇÃO SPIN-ÓRBITA EM ANÉIS
QUÂNTICOS SEMICONDUTORES**

Uberlândia

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
GINETOM SOUZA DINIZ

EFEITOS DE INTERAÇÃO SPIN-ÓRBITA EM ANÉIS
QUÂNTICOS SEMICONDUTORES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Física.

Área de Concentração: Física da Matéria Condensada

Orientador:

Prof. Dr. Augusto Miguel Alcalde Milla

Co-orientador:

Prof. Dr. Omar de Oliveira Diniz Neto

Uberlândia

2007

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física sob o título "*Efeitos de Interação Spin-Órbita em Anéis Quânticos Semicondutores*", defendida por Ginetom Souza Diniz e aprovada em 22 de Junho de 2007, perante a banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. Augusto Miguel Alcalde Milla
Orientador
Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Raigna A. da Silva Zadra Armond
Universidade Federal de Uberlândia

Prof. Dr. Gilmar Eugênio Marques
Universidade Federal de São Carlos

Resumo

Neste trabalho apresentamos o estudo do efeito do acoplamento spin-órbita na estrutura eletrônica de pontos e anéis quânticos semicondutores. As contribuições de Rashba, devido à assimetria da inversão estrutural e de Dresselhaus, causado pela assimetria da inversão cristalina, comum em alguns materiais semicondutores do grupo III-IV, são introduzidos na Hamiltoniana H_0 , que descreve um único elétron em presença de campo magnético na direção z . Os autoestados de H_0 são usados no cálculo dos elementos adicionais da nova Hamiltoniana $H = H_0 + H_R + H_D$, que leva em conta ambas as contribuições de Rashba H_R e Dresselhaus H_D no acoplamento spin-órbita. Os autovalores e autovetores de H são calculados através de um esquema de diagonalização numérica usando uma base truncada de autoestados de H_0 . Os cálculos da estrutura eletrônica foram implementados em pontos e anéis quânticos de Arseneto de Índio (InAs), os quais são de atual interesse experimental. Estas nanoestruturas, em geral possuem raios médios (r_0) em torno de 30-140nm e altura $d = 2-5$ nm. As contribuições de Rashba e Dresselhaus induzem acoplamentos entre estados $|n, m, \sigma_z\rangle$ seguindo a regra de seleção dada por $\Delta_{m,m'} = \pm 1$ e são responsáveis pelo o aparecimento de *crossings* e *anticrossings* no espectro eletrônico e misturas de estados de spin para campos magnéticos bem definidos, que podem ser manipulados através de parâmetros externos, tais como o parâmetro de Rashba, Dresselhaus e geometria do anel. Nossos resultados permitem estabelecer regimes de campos magnéticos e parâmetros de controle externo para modelar convenientemente o comportamento das propriedades magneto-ópticas, processos de decoerência de estados de spin e o fator- g do elétron, os quais são problemas de forte interesse na atual física de semicondutores para aplicação em dispositivos spintrônicos.

Palavras Chaves: Anéis Quânticos; Acoplamento Spin-Órbita; Efeito Rashba; Efeito Dresselhaus.

Abstract

In this work we present a theoretical study of the spin-orbit coupling upon the electronic structure of quantum rings and dots. The contribution of Rashba, due to the structural inversion asymmetry, and the contribution of Dresselhaus, induced by the bulk inversion asymmetry, common in the III-V semiconductor group materials are included in the Hamiltonian H_0 , which describe a single-electron in presence of a magnetic field in the z -direction. The eigenstates of H_0 are used in the calculation of the additional elements of the Hamiltonian $H = H_0 + H_R + H_D$, that takes in to account both Rashba (H_R) and Dresselhaus (H_D) contribution in the spin-orbit coupling. The eigenvalues and eigenvectors of H are then calculated through a numerical diagonalization using a truncated base of eigenstates of H_0 . The electronic structure calculation were performed in quantum dots and rings of Indium Arsenate (InAs), which are of actual experimental interesting. These nanostructures (quantum rings), in general, have average radius (r_0), around 30-140nm and height about $d = 2-5$ nm. The Rashba and Dresselhaus contribution induce coupling among states $|n, m, \sigma_z\rangle$ following the selection rule $\Delta_{m,m'} = \pm 1$ and are responsible by crossings and anticrossings in the electronic spectra, and also by spin state mixing for well defined magnetic field values, that can be manipulated by external parameters such the Rashba parameter, Dresselhaus, and ring geometry. Our results allow to determine specific regimes of magnetic field and external parameters to model in a convenient way the behavior of magneto-optical properties, decoherence process of spin states and electron g -factor, which are problems of actual interest in the semiconductor physics for spintronic device applications.

Keywords: Quantum Rings; Spin-Orbit Coupling; Rashba Effect; Dresselhaus Effect.

Aos meus pais, Noé Diniz e Sílvia Diniz, que sempre me deram todo o suporte necessário para a conclusão deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Deus pela minha vida.

Um forte agradecimento ao Prof. Dr. Omar O. Diniz Neto, pelas inúmeras broncas que me ensinaram muito e pela ajuda durante a minha caminhada neste trabalho. E ao Prof. Dr. Augusto Miguel Alcalde, pela enorme paciência, amizade e disposição em me ensinar e orientar nas pesquisas durante esses últimos 2 anos.

Agradeço também à todos os professores do Instituto de Física em especial ao Professor Dr. Qu Fanyao, meu primeiro orientador de pesquisa, com quem aprendi muito e continuo aprendendo e aos amigos Flávio, Igor, Fábio, Karyne, Hanna e tantos outros amigos conquistados durante a minha graduação e pós-graduação.

Também agradeço a CAPES pelo apoio financeiro prestado para a conclusão deste trabalho, e ao Grupo de Pesquisa do Prof. Gilmar Eugênio Marques (UFSCar) pelas valiosas discussões ao longo deste trabalho.

Lista de Figuras

1	Quatro estruturas semicondutoras de diferentes dimensionalidades: (a) bulk, (b) Poço Quântico, (c) Fio Quântico, (d) Ponto Quântico.	p. 13
2	Energia em função do vetor de onda (painéis à esquerda) e densidades de estado em função da energia na banda de condução (painéis à direita) para: (a) bulk, (b) Poço Quântico, (c) Fio Quântico, (d) Ponto Quântico.	p. 15
3	Diferentes imagens de microscopia de força atômica (AFM) de anéis quânticos: (a) GaAs crescido por eletrodeposição [22], (b) e (c) InAs crescido por molecular beam epitaxy (MBE) [23, 24], (c) SiGe crescido por MBE [25].	p. 17
4	Espectro de energia para um elétron em um potencial parabólico em função do campo magnético, com $\hbar\omega_0 = 15\text{meV}$ e fator- g de Landé igual a -4.4.	p. 20
5	Espectro de energia para um elétron em um anel quântico em função do campo magnético, os círculos vermelhos indicam o estado fundamental que altera seu número quântico m de uma unidade no <i>crossing</i> das energias, este efeito é denominado de oscilações de Aharonov-Bohm.	p. 21
6	Esquema qualitativo da banda de estrutura de GaAs próximo ao <i>gap</i> fundamental.	p. 24
7	Esquema do dispositivo proposto por Datta e Das [60], contatos ferromagnéticos são utilizados para injetar e detectar orientações específicas de spins, enquanto elétrons são injetados através do eletrodo ferromagnético 1, no gás de elétrons livres em duas dimensões (2DEG) o spin sofre rotações devido ao acoplamento spin-órbita pela contribuição de Rashba, sendo detectado no eletrodo ferromagnético 2, que preferencialmente irá detectar uma dada orientação, desta forma modulando a corrente.	p. 26
8	Esquema pictórico mostrando a assimetria nas interfaces durante o crescimento de uma liga semicondutora.	p. 27

9	Esquema pictórico demonstrando a assimetria na inversão cristalina em nanoestruturas do tipo <i>zinc-blend</i>	p. 28
10	Estrutura de bandas (E-k), para diferentes configurações: (a) Sem acoplamento SO, (b) Com acoplamento SO devido a contribuição de Rashba (α), (c) Com acoplamento SO devido a contribuição de Dresselhaus (β), (d) Com acoplamento SO devido a ambas contribuições de Rashba (α) e Dresselhaus.	p. 30
11	Potencial de confinamento dado pelo modelo de Tan e Inkson <i>et al.</i> [1]: a) Ponto Quântico e b) Anel Quântico.	p. 32
12	Figura demonstrando o potencial parabólico do anel para $r \approx r_0$	p. 33
13	a) Espectro de energia para um ponto quântico sem efeitos de SO em função do campo magnético, b) Ampliação do painel (a) mostrando que não há <i>spin splitting</i> a $B = 0\text{T}$, c) Ampliação mais localizada dos níveis $ n = 0, m = -2, \sigma_z = \pm 1\rangle$, $ n = 1, m = 2, \sigma_z = \pm 1\rangle$, $ n = 1, m = 0, \sigma_z = \pm 1\rangle$ (circulados no painel), confirmando que não há quebra da degenerescência para $B = 0\text{T}$, d) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ dos 106 estados, em unidades de $\hbar/2$	p. 40
14	a) Espectro de energia para um anel quântico com $r_0 = 60\text{nm}$ sem efeitos de SO em função do campo magnético, b) ampliação do painel (a) mostrando que não há <i>spin splitting</i> a $B = 0\text{T}$, c) ampliação mais localizada dos dez primeiros estados $ n = 0, m = -2, \dots, 2, \sigma_z = \pm 1\rangle$ confirmando que não há quebra da degenerescência (circulados no painel), d) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 41
15	a) Espectro de energia para um ponto quântico com efeitos de SO, neste caso a contribuição diagonal de Rashba, em função do campo magnético, b) Ampliação do painel (a) mostrando o <i>spin splitting</i> a $B = 0\text{T}$, c) ampliação mais localizada dos níveis circulados no painel (b) confirmando que há quebra da degenerescência, d) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 42

16	a) Espectro de energia para um anel quântico com $r_0 = 60\text{nm}$ e efeitos de SO, neste caso a contribuição diagonal de Rashba, em função do campo magnético, b) ampliação do painel (a) mostrando o splitting a $B = 0\text{T}$, c) ampliação mais localizada dos níveis circulados no painel (b), d) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 43
17	a) Espectro de energia para um ponto quântico incluindo os efeitos de SO, neste caso a contribuição não-diagonal de Rashba, em função do campo magnético, b) ampliação do painel (a) mostrando os <i>anticrossings</i> , c) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 44
18	a) Espectro de energia para um anel quântico com $r_0 = 60\text{nm}$ e efeitos de SO, neste caso a contribuição não-diagonal de Rashba, em função do campo magnético, b) Ampliação do painel (a) mostrando os <i>anticrossings</i> , c) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 45
19	a) Espectro de energia para um ponto quântico levando em considerção ambas contribuições de Rashba e Dresselhaus no acoplamento SO, em função do campo magnético, b) ampliação do painel (a) mostrando os <i>anticrossings</i> , c) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 46
20	a) Espectro de energia para um anel quântico com $r_0 = 60\text{nm}$ e efeitos de SO, considerando todas as contribuições no acoplamento spin-órbita, em função do campo magnético, b) ampliação do painel (a) mostrando os <i>anticrossings</i> , c) valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$	p. 47
21	Valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$ para um ponto quântico em diferentes configurações SO em função do campo magnético. a) Sem interação spin-órbita, b) apenas a contribuição de Dresselhaus e em c) com valores distintos de dV/dz em presença e ausência da contribuição de Dresselhaus β	p. 48
22	Valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$ para um anel quântico com $r_0 = 60\text{nm}$ em diferentes configurações SO em função do campo magnético. a) Sem interação spin-órbita, b) apenas a contribuição de Dresselhaus e em c) com valores distintos de dV/dz em presença e ausência da contribuição de Dresselhaus. O esquema de cores o mesmo utilizado na Figura 21.	p. 49

- 23 Valor esperado de $\langle S_z \rangle$ em unidades de $\hbar/2$ em função do campo magnético para diferentes tamanhos de r_0 . a) Sem interação spin-órbita, b) apenas a contribuição de Dresselhaus e em c) com ambas as contribuições de Dresselhaus e Rashba. p. 50
- 24 Valor esperado de $\langle S_z \rangle$ com ambas contribuições de Rashba e Dresselhaus, em função do campo magnético, para diferentes valores de dV/dz e nanoestruturas. a) Ponto Quântico com $dV/dz = 2,0\text{meV/nm}$, b) Anel Quântico com $dV/dz = 20\text{meV/nm}$, c) Ponto Quântico com $dV/dz = 2,0\text{meV/nm}$, d) Anel Quântico com $dV/dz = 20\text{meV/nm}$. Em ambos os casos o parâmetro de Dresselhaus utilizado é de $\beta = 2\text{meV-nm}$, setas são utilizadas para indicar as misturas a campo nulo. p. 51
- 25 ΔE do estado fundamental de Zeeman em função de $\hbar\omega_0$ e do campo magnético B , em presença da interação SO com $dV/dz = 0,25$ e $1,0\text{meV/nm}$ e $\beta = 1,3\text{meV-nm}$ para um ponto quântico. p. 52
- 26 ΔE do estado fundamental de Zeeman em função de $\hbar\omega_0$ e do campo magnético B , em presença de interação SO com $dV/dz = 0,25$ e $1,0\text{meV/nm}$ e $\beta = 1,3\text{meV-nm}$ para um anel quântico de $r_0 = 60\text{nm}$. Aqui foi usado o mesmo esquema de cores da Figura 25. p. 53
- 27 a) Espectro de energia em função do campo magnético. Painel (a) para um ponto quântico, e em (b) um anel quântico com $r_0 = 30\text{nm}$. Linhas vermelhas sem acoplamento SO, e linhas pretas em presença de ambas contribuições de Rashba ($dV/dz = 2,0\text{meV/nm}$) e Dresselhaus ($\beta = 1,3\text{meV-nm}$). p. 55
- 28 a) Diferença de energia para o estado fundamental, $(E_{0,0,\downarrow} - E_{0,0,\uparrow})$, para vários conjuntos de parâmetros de acoplamento SO e raios médios r_0 p. 56
- 29 Energia do estado fundamental para spin *up* e spin *down* em função do campo magnético. Linhas tracejadas não são incluídos efeitos de spin-órbita e círculos em presença com $dV/dz = 2,0\text{meV/nm}$. O estado down é representado pela cor verde, azul para o estado up e o vermelho para a diferença e energia $\Delta E_{\uparrow\downarrow}$ em a) anel quântico com raio médio de $r_0 = 30\text{nm}$ e b) um ponto quântico. p. 57

- 30 No painel (a) representamos o espectro de energia para um ponto quântico com efeitos de SO, em função do campo magnético. As setas vermelhas indicam a transição $\Delta j = -1$, as setas azuis a transição $\Delta j = 0$, e as setas pretas o estado dominante de spin. No painel (b), temos um esquema representando as intensidades das transições ópticas através do diâmetro dos círculos, vermelhas para a transição $\Delta j = -1$ (σ^-), azuis para a transição $\Delta j = 0$ p. 58

Lista de Tabelas

1	Degenerescência do spin para $B = 0\text{T}$ devido aos efeitos combinados da simetria de inversão espacial e temporal [58]	p. 26
2	Parâmetros dos materiais utilizados nos cálculos [71].	p. 40

Sumário

1	Introdução	p. 10
1.1	Propriedades básicas de pontos quânticos	p. 10
1.2	Densidade de Estados em Nanoestruturas - DOS	p. 11
1.3	Crescimento de Pontos e Anéis Quânticos	p. 16
1.4	Modelamento Teórico de Pontos e Anéis Quânticos	p. 18
2	Interação Spin-Órbita	p. 23
2.1	Aspectos Gerais da Interação Spin-Órbita (SO)	p. 23
2.2	Efeito de Rashba	p. 27
2.3	Efeito de Dresselhaus	p. 28
2.4	Efeito Rashba e Dresselhaus em um gás de elétrons bidimensional 2DEG	p. 28
3	Modelo Teórico	p. 31
3.1	Potencial lateral em anéis quânticos	p. 31
3.2	Contribuição de Rashba	p. 34
3.2.1	Elementos de matriz	p. 36
3.3	Contribuição de Dresselhaus	p. 37
3.3.1	Elementos de Matriz	p. 38
3.4	Problema de Autovalores	p. 38
4	Resultados	p. 39
4.1	Anel sem acoplamento spin-órbita	p. 40
4.2	Anel com contribuição diagonal de Rashba	p. 42

4.3	Anel com contribuição não-diagonal de Rashba	p. 44
4.4	Anel quântico com todas as contribuições	p. 46
4.5	Manipulação do spin através de parâmetros de acoplamento e tamanho do anel	p. 48
4.6	Dependência do Zeeman <i>splitting</i> com os parâmetros geométricos e de SO	p. 52
4.7	Fator- g em pontos e anéis quânticos	p. 54
5	Conclusão	p. 60
	Referências	p. 62
	Apêndice A – Resumos e Artigos	p. 67
A.1	Resumos em congressos	p. 67
A.2	Artigos em Revistas Especializadas	p. 68

1 *Introdução*

A presente dissertação tem como objetivo estudar os efeitos da interação spin-órbita (SO) na estrutura eletrônica, levando em consideração as contribuições de Rashba e Dresselhaus em anéis quânticos semicondutores através de um modelo de potencial proposto por Inkson e Tann [1]. O potencial é ajustado através de parâmetros de controle que permitem descrever o confinamento eletrônico tanto em pontos como para anéis quânticos.

Neste capítulo serão discutidos brevemente os aspectos mais importantes da física de nanoestruturas semicondutoras, como os efeitos da redução da dimensionalidade e os processos de crescimento que permitem controlar a forma geométrica das nanoestruturas de interesse. Discutiremos aspectos fundamentais da estrutura eletrônica em sistemas com confinamento espacial nas três direções, como é o caso dos pontos e anéis quânticos. Finalmente apresentaremos uma discussão sobre a interação spin-órbita e as chamadas contribuições de Rashba e Dresselhaus e analisaremos seu impacto no comportamento da estrutura eletrônica para o caso de um gás de elétrons bidimensional (2DEG).

1.1 Propriedades básicas de pontos quânticos

Pontos quânticos (PQ) podem ser definidos como nanoestruturas capazes de confinar elétrons e buracos em todas as direções espaciais. Eles são frequentemente modelados como barreiras de potencial de confinamento tridimensional, ou como caixas quânticas definidas com barreiras de potenciais finitas. O confinamento é usualmente produzido eletrostaticamente ou pela apropriada manipulação geométrica dos materiais na escala nanométrica. As dimensões típicas de pontos quânticos variam desde poucas até várias centenas de nanômetros, o qual resulta na quantização do espectro de energia da partícula. As regiões energeticamente proibidas (*gaps*) ou lacunas de energia entre os níveis são tipicamente da ordem de milieletronsvolts (meV).

Devido a essas características, os pontos quânticos são usualmente denominados áto-

mos artificiais. Assim como em átomos, em pontos quânticos, as funções de onda dos portadores são fortemente localizadas no potencial de confinamento que define o ponto quântico, e suas autoenergias correspondentes formam um espectro discreto. Se o PQ possui alta simetria, estes níveis formam camadas que imitam as camadas atômicas (s , p , d , etc.) com degenerescências equivalentes. Também, em pontos quânticos é possível obter alto controle do número de portadores confinados, os quais variam de um até centenas de elétrons, e assim é possível reproduzir uma tabela periódica de Mendeleev para elementos tipo PQ [2, 3].

Os portadores podem relaxar ou se promover de um nível para outro sujeito a regras de seleção similares aquelas encontradas em átomos, entretanto, existem notáveis diferenças entre átomos artificiais e átomos naturais. Primeiramente, PQs podem confinar tanto buracos quanto elétrons, enquanto o potencial do núcleo atômico pode apenas confinar portadores negativos. Além disso, o confinamento lateral em pontos quânticos é usualmente suave e, em muitos casos, aproximadamente parabólico em contraste ao potencial de Coulomb dos átomos, que possui uma singularidade na posição do núcleo. Também, PQs são compostos de milhares de átomos ou mais. Esta característica produz uma separação entre níveis tipicamente da ordem de dezenas de meV, enquanto que em átomos, essas camadas são separadas por poucos eV. Outra diferença, o confinamento lateral (potencial de Coulomb) em átomos é fixado e definido pela carga eletrostática do núcleo, o que torna difícil alterar o número de elétrons confinados por ele. Por outro lado, em certos tipos de PQs, o confinamento lateral pode ser modificado e o mesmo dispositivo pode conter de zero a centenas de elétrons confinados.

Experimentalmente, a primeira tentativa bem sucedida de crescimento de PQs datam da década de 80 [15]. Desde então as tecnologias de fabricação tiveram um rápido progresso, e hoje é possível crescer pontos de várias formas e tamanhos, incluindo nanoestruturas tipo anel quântico. Devido as inúmeras propriedades indicadas acima, os PQs tornaram-se de grande interesse tanto para pesquisa fundamental quanto para a implementação de dispositivos ópticos, optoeletrônicos e spintrônicos.

1.2 Densidade de Estados em Nanoestruturas - DOS

O controle do número de portadores confinados é de grande importância na física de nanoestruturas. O número dos portadores pode ser controlado por meio de dopagem e aplicação de campos magnéticos e elétricos externos. Discutiremos aqui, de uma forma

bastante simplificada, como é modificada a densidade de estados eletrônicos quando a dimensionalidade do sistema é progressivamente reduzida.

Assumindo que o material semiconductor seja isotrópico, com bandas de energias parabólicas, superfícies de energia esféricas e considerando apenas elétrons na banda de condução, será calculada a densidade de estados como função do vetor de onda k . Consideraremos o número de estados eletrônicos $n(k)$ contidos em uma região infinitesimal $d^m k$ no vetor de onda k , onde $m = 3, 2$ ou 1 é a dimensionalidade do material (o caso de estruturas de dimensão zero será estudado separadamente). A densidade de estados é definida como [16]

$$DOS(k) = \frac{dn(k)}{dk}. \quad (1.1)$$

Esta expressão pode conter um fator extra devido à degenerescência dos níveis quando levado em consideração o spin. Usualmente a densidade de estados é calculada como função da energia na banda; considerando uma relação de dispersão $E - k$ quadrática:

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}, \quad (1.2)$$

onde μ é a massa efetiva do elétron, e k é o comprimento do vetor de onda \vec{k} . Combinando as duas expressões acima, podemos calcular a densidade de estados:

$$DOS(E) = \frac{dn(E)}{dE}. \quad (1.3)$$

Vamos agora considerar quatro tipos de estruturas semicondutoras, como apresentado na Figura 1. Na parte (a) desta figura, temos uma amostra macroscópica do material semiconductor *bulk*. Se as dimensões desta amostra são infinitas, o espectro de energia de uma partícula simples nas bandas de condução e valência é contínua, e então podemos utilizar coordenadas esféricas na Equação (1.1). Com isso a função $n(k)$ dará o número de estados contidos entre duas superfícies esféricas, uma com raio k , e outra com raio $k + dk$, e será

$$n^{3D}(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 dk, \quad (1.4)$$

como resultado, a função densidade de estados como função da energia será dada pela bem conhecida forma:

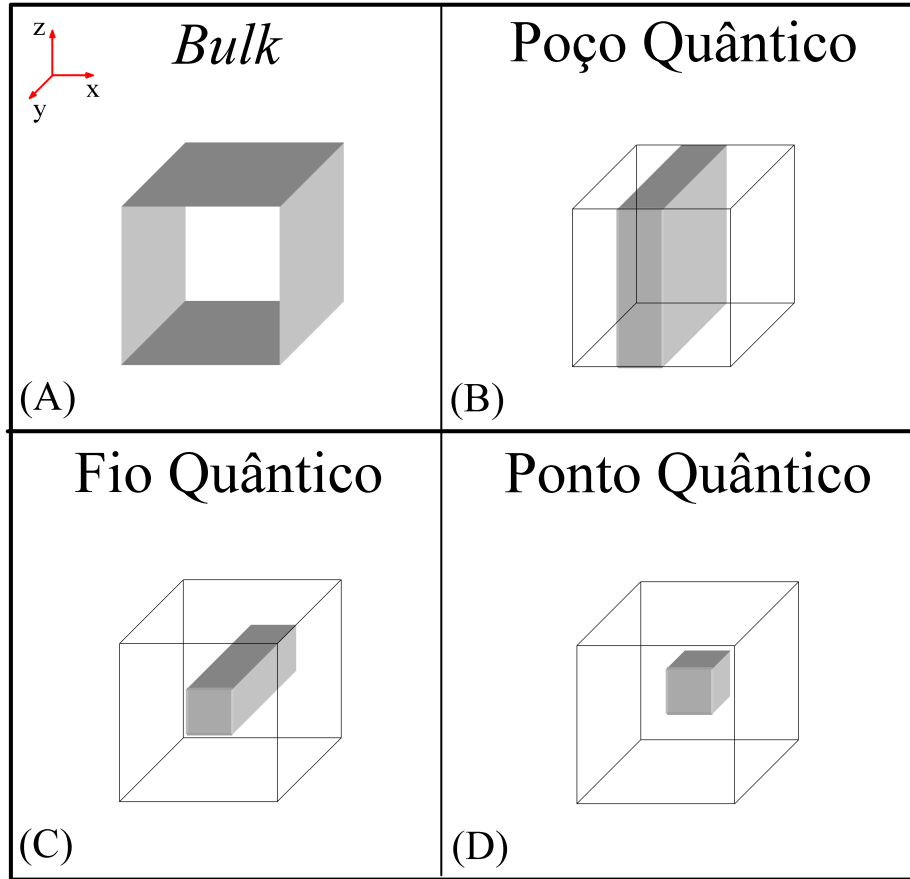


Figura 1: Quatro estruturas semicondutoras de diferentes dimensionalidades: (a) bulk, (b) Poço Quântico, (c) Fio Quântico, (d) Ponto Quântico.

$$DOS^{3D}(E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{2\mu}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}. \quad (1.5)$$

A energia como função do vetor de onda eletrônico k é mostrada à esquerda do painel da Figura 2 (a), e a função DOS como função da energia à direita do painel (a). Dimensões finitas da amostra introduzem condições de contorno nas interfaces do sistema resultando na quantização dos níveis de energia, mas se as dimensões são suficientemente grandes, o espaçamento entre os níveis é pequeno. O espectro torna-se quase contínuo e as mudanças na densidade de estados são desprezíveis.

Se camadas de dois materiais A e B , caracterizadas por *gaps* diferentes são crescidas alternadamente obteremos então uma estrutura comumente denominada super-rede. Se o sistema é restrito a poucas camadas ($A - B - A$), obteremos um poço quântico, tal como mostrado na Figura 1 (b). Dependendo das relações entre os *gaps* (como exemplo A possuindo um maior *gap*), um material atuará como poço onde os portadores permanecerão confinados, podendo-se mover livremente no plano perpendicular à direção de